

记矩阵 $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$, 若向量组 b_1, b_2, \dots, b_m 线性无关, 则称矩阵 B 为列满秩矩阵.

记住结论:

矩阵 B 为列满秩矩阵 \Leftrightarrow 齐次线性方程组 $Bx = 0$ 只有零解.

事实上,

矩阵 B 为列满秩矩阵

\Leftrightarrow 向量组 b_1, b_2, \dots, b_m 线性无关

$\Leftrightarrow \{x_1 b_1 + x_2 b_2 + \dots + x_m b_m = 0 \Rightarrow b_1, b_2, \dots, b_m \text{ 全为零.}\}$

\Leftrightarrow 齐次线性方程组 $Bx = 0$ 只有零解

Ex.28 证明. 当矩阵 B 为列满秩矩阵时,

$$Ax = 0 \Leftrightarrow B(Ax) = 0 \Leftrightarrow (BA)x = 0.$$